
MODÈLE DICE (DYNAMIC INTEGRATED CLIMATE ECONOMY)

MODÉLISATION ÉCONOMIQUE

Le modèle DICE, imaginé en 1992 par Nordhaus, est un modèle de macroéconomie qui étudie l'évolution de l'économie mondiale. Le modèle est dynamique, les variables non-constantes seront indicés par les pas de temps n . La variable principale est le capital, noté K_n , c'est-à-dire la valeur en \$ de tous les biens matériels ou immatériels dans le monde. Le produit intérieur brut (PIB) en \$ noté Q_n est la somme de tous les revenus annuels d'une économie. La consommation notée C_n est la somme en \$ de tous les biens et services périssables créés puis utilisés pendant une année. L'investissement en \$ noté I_n est l'ensemble des valeurs créées sur une année qui participent durablement au capital.

1. On suppose que le PIB dépend uniquement de la consommation et l'investissement. Proposer une équation reliant Q_n , C_n et I_n .
2. Le capital accumulé se déprécie à un taux δ qui le fait diminuer entre chaque étape, mais l'investissement permet de générer du nouveau capital. Proposer une équation dite de dynamique reliant K_n , K_{n-1} , I_n et δ .

L'équation de Cobb-Douglas, classique en macroéconomie pour étudier la croissance, fait l'hypothèse que le PIB Q_n est égal au produit $AK_n^\gamma L_n^{1-\gamma}$ où A est appelé le facteur de productivité, γ l'élasticité du capital et L_n le travail, souvent approximé comme étant égal à la population. Pour simplifier, nous négligerons l'effet de la population, nous prendrons une élasticité du capital de $\gamma = 1$ et nous prendrons un facteur de productivité $A = 1$. Pour prendre en compte le réchauffement climatique, Nordhaus suppose que le PIB Q_n est également proportionnel à un facteur Ω_n qui modélise les effets du climat.

3. Proposer une équation de Cobb-Douglas simplifiée (sans le travail) et qui prend en compte le climat en reliant Q_n , Ω_n et K_n .

Selon Eurostat, l'investissement représente environ 23 % du PIB en Europe et cette part est stable entre 2005 et 2009. Pour simplifier, on considèrera que l'investissement représente un quart du PIB : $I_n = Q_n/4$.

4. Avec cette hypothèses, simplifier les équations pour obtenir une relation entre K_n , K_{n-1} , Ω_n et δ .

MODÉLISATION DE L'EFFET DU CLIMAT

Nous allons maintenant modéliser les dégâts causées par le réchauffement climatique. Nordhaus choisit de modéliser Ω_n comme le rapport d'un accroissement du à un taux noté α_n modélisant les coûts d'investissement dans les technologies bas carbone et à une dépréciation du à un taux d_n modélisant les dommages que le réchauffement climatique cause sur le PIB :

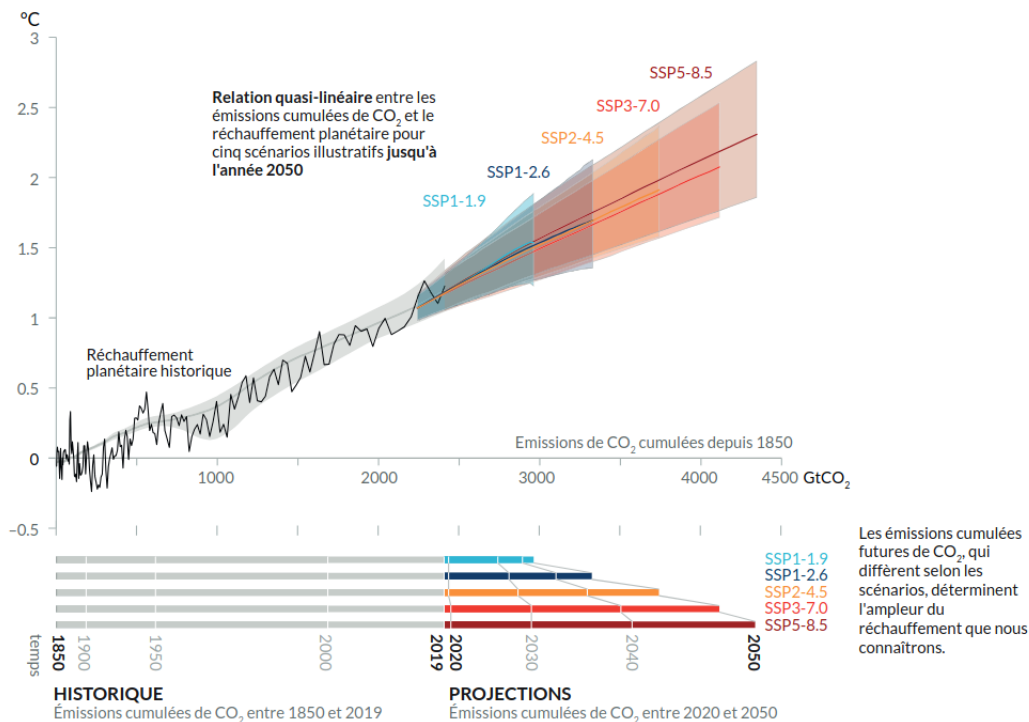
$$\Omega_n = \frac{1 - \alpha_n}{1 + d_n}$$

On note T_n l'augmentation de la température en °C par rapport à l'ère préindustrielle soit 1850. En s'appuyant sur quelques papiers économiques de son époque, Nordhaus fait l'hypothèse qu'un réchauffement climatique de 3°C fait baisser le PIB de 1,33 %. Constatant que les dégâts sur le PIB ne sont pas linéaires avec la température, Nordhaus suppose également que les dégâts évoluent comme une fonction dépendant linéairement du carré de la température.

5. Avec ces hypothèses, proposer une relation entre d_n et T_n .

On veut maintenant modéliser l'effet des émissions de gaz à effet de serre sur la température. On note M_n le total d'émissions cumulées dans l'atmosphère en $GtCO_2eq$. Pour rappel, le GIEC présente dans le graphique ci-dessous le lien entre les émissions cumulées et l'augmentation de la Température.

Augmentation de la température à la surface du globe depuis 1850-1900 (°C) en fonction des émissions cumulées de CO₂ (GtCO₂)



6. A partir du graphique ci-dessous, proposer une relation simple entre T_n et M_n

7. On commencera le modèle en 2000. On fixe alors la température T_0 comme la température de 2000 et les émissions cumulées M_0 comme celles de 2000. Proposer des valeurs arrondies de T_0 et M_0 , cohérentes avec l'équation précédente.

On note E_n les émissions à chaque pas de temps (flux), là où M_n constitue le stock. Les émissions évoluent selon une dynamique particulière entre les océans, l'atmosphère et le rayonnement solaire, qui suit les équations de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Pour simplifier, on considérera que toutes les émissions restent dans l'atmosphère.

8. Avec ces hypothèses simplifiées, proposer une équation entre M_n , M_{n-1} et E_n .

Enfin, Nordhaus considère une variable μ_n appelé "taux de contrôle des émissions". Elle modélise l'effort des gouvernements pour contrôler les émissions de l'économie mondiale :

$$E_n = (1 - \mu_n)\sigma Q_n$$

Avec σ une constante qui représente le facteur d'émission du PIB dans un scénario sans contrôle $\mu_n = 0$. Dans le cas $\mu_n = 1$, le contrôle est total, on n'émet pas de gaz à effet de serre.

9. Exprimer T_n en fonction de T_0 , σ , μ_1, \dots, μ_n et Q_1, \dots, Q_n .

Enfin, Nordhaus estime que le coût de l'investissement α_n dans les technologies bas carbone s'exprime comme $0,0686\mu_n^{2,887}$. Pour simplifier, on pose $\alpha_n = 0,05\mu_n^3$. Ceci donne

$$\Omega_n = \frac{1 - 0,05\mu_n^3}{1 + 0,0133\left(\frac{T_n}{3}\right)^2}$$

SCÉNARIO CONTRÔLE TOTAL

On considère dans cette partie un scénario où l'on décide de contrôler totalement les émissions : $\forall n, \mu_n = 1$.

10. Calculer la température à tout temps n en fonction de la température T_0 au début de l'expérience.
11. Simplifier l'équation de la question 4 pour obtenir une relation entre K_n , K_{n-1} et δ .
12. Comment peut-on qualifier mathématiquement la suite $(K_n)_{n \in \mathbb{N}}$?
13. Calculer K_n pour tout n , en fonction de K_0 et δ .

SCÉNARIO SANS CONTRÔLE

On considère dans cette partie un scénario où l'on décide de ne pas du tout contrôler les émissions, de sorte que $\mu_n = 0$ pour tout n .

14. La suite $(K_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie-t-elle la même propriété qu'à la question 12 ?
15. Montrer qu'en combinant le résultat de la question 4 et l'hypothèse d'absence de contrôle $\mu_n = 0$, on obtient

$$K_n = \frac{1 - \delta}{1 - \frac{1}{4(1-d_n)}} K_{n-1}.$$

CONTRÔLER OU PAS SELON LA FONCTION DÉGÂT

On suppose que le terme d_n est petit ; un développement limité permet de simplifier la relation obtenue à la question 15, pour obtenir la relation

$$K_n = \frac{4}{3}(1 - \delta) \left(1 - \frac{d_n}{3}\right) K_{n-1}.$$

Rappelons que dans le cas d'un contrôle total, la croissance du capital est géométrique de raison

$$r_\star = \frac{K_n}{K_{n-1}} = \frac{1 - \delta}{1 - 0,2373}.$$

Dans cette partie, on suppose que la stratégie du planificateur est la suivante. Tant que la croissance du capital $r_n = K_n/K_{n-1}$ est supérieure à la croissance r_\star obtenue quand le contrôle est total, on ne fait rien ; en revanche, dès que $r_n \leq r_\star$, on contrôle totalement. Autrement dit, on suppose que

$$\mu_n = 0 \quad \text{si} \quad r_n > r_\star \quad \text{et} \quad \mu_n = 1 \quad \text{sinon.}$$

16. Montrer que cette stratégie amène à contrôler totalement si et seulement si $d_n \geq 0.05$.

17. Avec la fonction dégât de Nordhaus obtenue à la question 5, déterminer la température en dessous de laquelle la stratégie suggère de ne pas intervenir.

En novembre 2024, le NGFS (Network for Greening the Financial System) a publié une étude qui estime qu'un réchauffement climatique de 2°C par rapport à l'ère pré-industrielle (1850), conduirait à une baisse du PIB de 15 %. Par ailleurs, les études du GIEC montrent que les dégâts augmentent très rapidement avec chaque dixième de degré : on suppose maintenant que les dégâts évoluent comme une fonction dépendant linéairement du cube de la température.

18. Proposer une fonction dégât avec les hypothèses du NGFS.

19. Avec la fonction dégât du NGFS, quelle est la température au dessus de laquelle la stratégie impose un contrôle total ?

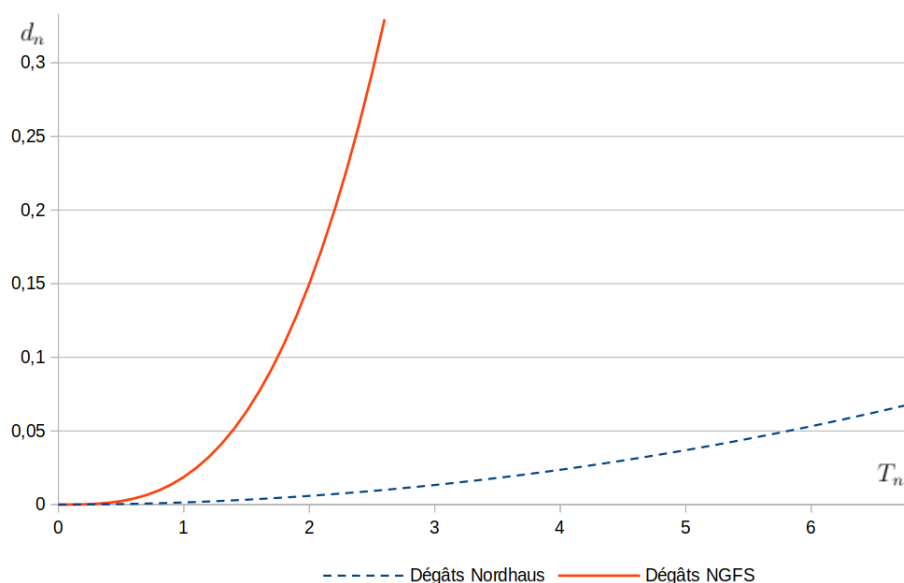


FIGURE 1 – Dégâts en fonction de la température

DISCUSSION ET CRITIQUES

20. Quelles variables sont endogènes, c'est-à-dire qu'elles sont calculées par le modèle ? Quelles variables sont exogènes, c'est-à-dire fixées par hypothèse grâce à des données d'autres études ?
21. Comment qualifier le modèle ? Top-down ou bottom-up ? Statique ou dynamique ? Stochastique ou déterministe ? Modèle d'optimisation ou non ? Discret ou continu ?
22. Comment améliorer ce modèle pour qu'ils décrivent mieux les liens entre économie et changement climatique ?
23. Quelles sont les simplifications que l'on a faites par rapport au modèle DICE du papier de Nordhaus de 1992 ?